УДК 621.316

РАСЧЕТ ТРЕТЬИХ ГАРМОНИК И ОЦЕНКА ИХ ВЛИЯНИЯ НА РАБОТУ ТРАНСФОРМАТОРОВ

И.Р. Пивчик

ООО «Сибэнергосетьпроект», г. Новосибирск
E-mail: siesp@online.nsk.su

Выполнен расчёт третьих гармоник токов и напряжений трансформаторов. Получены выражения для напряжений и токов при аппроксимации потоков полиномами «m-ой степени»

Третьи гармоники могут возникать в генераторах, коронирующих линиях электропередачи и в трансформаторах [1]. Считается, что если к первичной обмотке трансформатора приложена синусоидальная ЭДС, то кривая потока так же синусоидальна [1]. Однако намагничивающий ток не остаётся пропорционален потоку, т.к. не является синусоидальным. Это происходит из-за наличия в намагничивающем токе высших гармоник, наиболее значительной из которых являются третьи. Третьи гармоники тока не могут протекать в обмотках, соединенных в звезду без нейтрального провода. Третьи гармоники намагничивающего тока могут циркулировать в треугольнике. Если третьи гармоники намагничивающего тока не могут протекать в цепи, то напряжения в обмотках трансформатора должны исказиться. При трёх однофазных трансформаторах, соединенных звездой, амплитуда третьей гармоники напряжения может составить более 30 % от первой гармоники при нормальной плотности потока. В трёхфазном трансформаторе стержневого типа третьи гармоники потока замыкаются через воздух и железо бака. Высокое магнитное сопротивление уменьшает третьи гармоники тока и напряжения. В этом случае при нормальной плотности потока амплитуда третьей гармоники может достигнуть 5 % от амплитуды основной синусоиды.

Третьи гармоники намагничивающих токов замыкаются через сеть, вторичные обмотки всех станционных трансформаторов, соединенных в звезду с заземленной нейтралью, и землю. Эти токи трансформируются в первичные обмотки станционных трансформаторов, соединенных в треугольник и замыкаются в них. Для исключения мешающего влияния на релейную защиту токов третьих гармоник автотрансформаторы и трансформаторы снабжаются обмоткой, соединенной в треугольник. Считается возможным выполнять автотрансформаторы для электрических станций без третичной обмотки, поскольку третьи гармоники их намагничивающих токов замыкаются в треугольниках блочных трансформаторов. Трехстержневой автотрансформатор без третичной обмотки, как источник третьих гармоник, менее опасен, чем групповой или пятистержневой автотрансформатор [3]. При заземлении или разземлении соединенных в звезду обмоток трансформатора, содержащего также обмотку, соединенную в треугольник, проблем, связанных с третьими гармониками, не возникает. Рассмотрение проблем, связанных с третьими гармониками необходимо лишь для трансформаторов без обмотки, соединенной в треугольник, или при наличии в нем дополнительного сопротивления [1].

Напряжение на входе ненагруженного трансформатора, содержащего обмотку, соединенную в треугольник, и токи в его обмотках связываются системой уравнений:

$$u_1 = \frac{d\Psi_1}{dt} + L_\lambda \frac{di_{\mu 1}}{dt} + u_н + L\frac{di_\Delta}{dt},$$
$$u_2 = \frac{d\Psi_2}{dt} + L_\lambda \frac{di_{\mu 2}}{dt} + u_н + L\frac{di_\Delta}{dt},$$
$$u_3 = \frac{d\Psi_3}{dt} + L_\lambda \frac{di_{\mu 3}}{dt} + u_н + L\frac{di_\Delta}{dt},$$

где u_1, u_2, u_3 на входе; $\frac{d\Psi_1}{dt}$, $\frac{d\Psi_2}{dt}$, $\frac{d\Psi_3}{dt}$ – ЭДС в обмотках; i_{μ_1}, i_{μ_2}, i_{μ_3}, – намагничивающие токи; i_Δ – ток в треугольнике; $u_н$ – напряжение на нейтрали; L_λ – индуктивность рассеяния обмотки, соединенных в звезду (далее L).

При заземлении нейтрали через реактор с индуктивностью $L_н$

$$u_н = L_н\left(\frac{di_{\mu 1}}{dt} + \frac{di_{\mu 2}}{dt} + \frac{di_{\mu 3}}{dt}\right) - 3L_н\frac{di_\Delta}{dt}.$$

Ток треугольника

$$\frac{di_\Delta}{dt} = \frac{1}{3}L_\Delta^{-1}\frac{d}{dt}(\Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3),$$

где L_Δ – индуктивность рассеяния обмотки, соединенной в треугольник, и параллельная ему индуктивность бака, если трансформатор трехстержневой.

Намагничивающие токи аппроксимируются выражениями:

$$i_{\mu 1} = a\Psi_1 + b\Psi_1^n + c\Psi_1^m + d_b(\Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3),$$
$$i_{\mu 2} = a\Psi_2 + b\Psi_2^n + c\Psi_2^m + d_b(\Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3),$$
$$i_{\mu 3} = a\Psi_3 + b\Psi_3^n + c\Psi_3^m + d_b(\Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3).$$

Коэффициенты *a*, *b*, *c*, *m* описывают характеристику намагничивания трансформатора; d_b – характеристика воздушного зазора между магнитопроводом трансформатора и баком.

Токи намагничивания в системе уравнений могут содержать третьи гармоники, часть которых,

или все могут протекать в другой обмотке, или фиктивной обмотке – баке трансформатора. Поэтому из падения напряжения $L\frac{di_{\mu}}{dt}$ должна быть вычтена составляющая падения напряжения от не протекающего в обмотке с индуктивностью L тока другой обмотки, соединенной в треугольник.

В общем случае напряжение на сопротивлении нулевой последовательности между нейтралью источника и трансформатора будет $U_н$, а индуктивность этой ветви – $L_н$. По указанной причине из $u_н$ – вычитается $3L_н\frac{di_{\Delta}}{dt}$, как падение напряжения от не протекающего по $L_н$ – тока, который входит в i_{μ}.

Составленная система после исключения из неё токов записывается в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} 1+\frac{L+3L_н}{L_g}+(L+L_н)\varphi_1 & \frac{L+3L_н}{L_g}+L_н\varphi_2 & \frac{L+3L_н}{L_g}+L_н\varphi_3 \\ \frac{L+3L_н}{L_g}+L_н\varphi_1 & 1+\frac{L+3L_н}{L_g}+(L+L_н)\varphi_2 & \frac{L+3L_н}{L_g}+L_н\varphi_3 \\ \frac{L+3L_н}{L_g}+L_н\varphi_1 & \frac{L+3L_н}{L_g}+L_н\varphi_2 & 1+\frac{L+3L_н}{L_g}+(L+L_н)\varphi_3 \end{bmatrix}\times$$

$$\times\begin{bmatrix}\Psi'_1\\ \Psi'_1\\ \Psi'_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}u_1\\ u_2\\ u_3\end{bmatrix}.$$

После чего, учитывая, что $u_1+u_2=-u_1$ и т.д. нетрудно получить:

$$u_a=\frac{d\Psi_1}{dt}=\frac{1+L(\varphi_2+\varphi_3)+L_2\varphi_2\varphi_3+3\left(\frac{1}{3}L+L_н\right)L_g^{-1}+3L_нL\varphi_2\varphi_3}{\Delta}u_1+$$
$$+\frac{(L+3L_н)L_g^{-1}[\varphi_3(u_1-u_2)+\varphi_2(u_1-u_3)]+L_н[\varphi_3(u_1-u_3)+\varphi_3(u_1-u_2)]}{\Delta}. \quad (1)$$

$$u_b=\frac{d\Psi_2}{dt}=\frac{1+L(\varphi_1+\varphi_3)+L^2\varphi_2\varphi_3+3\left(\frac{1}{3}L+L_н\right)L_g^{-1}+3L_нL\varphi_1\varphi_3}{\Delta}u_2+$$
$$+\frac{(L+3L_н)L_g^{-1}[\varphi_1(u_2-u_3)+\varphi_3(u_2-u_3)]+L_н[\varphi_1(u_2-u_1)+\varphi_3(u_2-u_3)]}{\Delta}. \quad (2)$$

$$u_c=\frac{d\Psi_3}{dt}=\frac{1+L(\varphi_1+\varphi_2)+L^2\varphi_1\varphi_2+3\left(\frac{1}{3}L+L_н\right)L_g^{-1}+3L_нL\varphi_1\varphi_2}{\Delta}u_3+$$
$$+\frac{(L+3L_н)L_g^{-1}[\varphi_2(u_3-u_1)+\varphi_1(u_3-u_2)]+L_н[\varphi_2(u_3-u_2)+\varphi_3(u_3-u_1)]}{\Delta}. \quad (3)$$

где u_a, u_b, u_c – фазные вторичные напряжения, Δ – определитель системы.

Здесь $L_g^{-1}=\left(a_b+\frac{1}{3}L_{\Delta}^{-1}\right)$ в групповом трансформаторе α_b=0, L_{Δ}^{-1}, если на трансформаторе отсутствует обмотка, соединенная в треугольник. В трехстержневом трансформаторе $L_g=\left(a_b+\frac{1}{3}L_{\Delta}^{-1}\right)^{-1}$ представляет собой индуктивность, связанную с баком трансформатора и рассеянием потока нулевой последовательности. Эта индуктивность при отсутствии обмотки, соединенной в треугольник, равна L_g=(10...30)L_m, где L_m – индуктивность рассеяния трансформатора. Величина L_g – возрастает с увеличением мощности и напряжения трансформатора и определяется по существу расположением крышки трансформатора над магнитопроводом.

В выражениях для Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3

$$\varphi_1=a+bn\Psi_1^{n-1}+cm\Psi_1^{m-1},$$
$$\varphi_2=a+bn\Psi_2^{n-1}+cm\Psi_2^{m-1},$$
$$\varphi_3=a+bn\Psi_3^{n-1}+cm\Psi_3^{m-1}. \quad (4)$$

Определитель

$$\Delta=F_1(\varphi)+(L+3L_н)L_g^{-1}F_2(\varphi)+L_нF_3(\varphi), \quad (5)$$

$$F_1(\varphi)=1+L(\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3)+L^2(\varphi_1\varphi_2+\varphi_1\varphi_3+\varphi_2\varphi_3)+L^3\varphi_1\varphi_2\varphi_3, \quad (6)$$

$$F_2(\varphi)=3+2L(\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3)+L^2(\varphi_1\varphi_2+\varphi_1\varphi_3+\varphi_2\varphi_3), \quad (7)$$

$$F_3(\varphi)=\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3+2L(\varphi_1\varphi_2+\varphi_1\varphi_3+\varphi_2\varphi_3)+3L^2\varphi_1\varphi_2\varphi_3. \quad (8)$$

Типовая характеристика намагничивания различных силовых трансформаторов в относительных единицах, в которых базисными являются:

$$U_{\delta}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}U_н,\ I_{\delta}=K_fI_{\mu},\ \omega_{\delta}=\omega_N=314, \quad (9)$$

где ω_N – промышленная частота, $U_н$, I_{μ} – характеристики трансформатора, K_f – коэффициент формы кривой тока намагничивания, согласно [2], описывается выражением:

$$i_{\mu}=\sum_{\kappa=1}^{m}a_{\kappa}\Psi^{\kappa},\ K_f=1,3,5,...,2S-1. \quad (10)$$

В указанной системе ак не зависит от величины тока I_{μ} и мощности трансформатора.

Если в качестве базисного напряжения принять U_{δ}=314, а масштаб сопротивления оставить натуральным, т.е. $P_r=P_L=P_c=1$, то амплитудное значение номинального потока останется равным Ψ=1. Для приведения тока i_{μ} из выражения (10) к этой системе единиц ак надо умножить на коэффициент K_f.

$$K=\frac{\pi\cdot S\cdot I_{xx}}{U_л^2}K_f, \quad (11)$$

где S – мощность трансформатора трёхфазная, $U_л$ – линейное напряжение, действующее значение, I_{xx} – ток холостого хода.

При этом показатель степени в (14) не меняется.

Используя выражения (1–8) и (9–11), перейдя к фазным напряжениям, можно найти ЭДС третьих гармоник, генерируемых трансформатором:

$$E_3=\frac{1}{3}(\Psi'_1+\Psi'_2+\Psi'_3)=$$
$$=\frac{(l+3L_н)(\varphi_1U_1+\varphi_2U_2+\varphi_3U_3)+L(L+3L_н)(\varphi_2\varphi_3U_1+\varphi_1\varphi_3U_2+\varphi_1\varphi_2U_3)}{3[F_1(\varphi)+(L+3L_н)L_g^{-1}F_2(\varphi)+L_нF_3(\varphi)]}. \quad (12)$$

Далее используя выражение для индуктивности L электрической машины и отметив, что второе слагаемое в числителе (12) меньше первого при нормальных плотностях по крайней мере на два порядка, упростим выражение для ЭДС третьих гармоник E_3.

$$E_3=\frac{1}{3}(\Psi'_1+\Psi'_2+\Psi'_3)=$$
$$=\frac{(L+3L_н)(\varphi_1U_1+\varphi_2U_2+\varphi_3U_3)}{3[F_1(\varphi)+(L+3L_н)L_g^{-1}F_2(\varphi)+L_н+F_3(\varphi)]}.$$

Рассмотрим важнейшие для практики случаи:

1. Групповой пятистержневой трансформатор по схеме «звезда-звезда» при отсутствии цепи третьим гармоникам намагничивающих токов. При этом выражение для ЭДС E_3 принимает вид:

$$E_3 = \frac{\varphi_1 U_1 + \varphi_2 U_2 + \varphi_3 U_3}{\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3}. \qquad (13)$$

Когда один из потоков Ψ_1, Ψ_2 или Ψ_3 равен нулю, потоки в двух других фазах в относительных единицах соответственно равны $\frac{\sqrt{3}}{2}$ и $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; фазные напряжения равны 1; –0,5; –0,5 от максимального; ЭДС третьих гармоник максимальна, т.е. равна своему амплитудному значению.

При $\psi_1=0$; $\varphi_1=0{,}2$ и

$$\varphi_2 = \varphi_3 = 0{,}2 + 0{,}64\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^8 \cdot 9 + 5{,}16\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{10} - 11 = 2{,}12,$$

$U_1=U_{max}$; $U_2=U_3=-0{,}5U_{max}$, то по выражению (13) $E_3=0{,}455U_{max}$.

Таким образом, амплитуда третьих гармоник ЭДС более 40 % амплитуды основной гармоники. Эта величина полностью согласуется с литературными данными [1–3] и недопустима для блока.

2. Нейтраль низшего напряжения рассматриваемого трансформатора соединена с нейтралью трансформатора собственных нужд по схеме «звезда-треугольник». В этом случае $L_g^{-1}=0$ и ЭДС третьих гармоник не опасна для блока, но и нежелательна, поэтому сопротивление трансформатора собственных нужд надо компенсировать конденсаторной батареей. При этом ЭДС третьих гармоник уменьшается на порядок, т.е. практически не присутствует в кривой напряжения.

3. Трёхстержневой трансформатор со схемой «звезда-звезда», у которого отсутствует путь токам третьих гармоник через нейтраль. Поскольку в этом случае $L_н=\infty$, а $L_g\approx(10...30)L_m$, то ЭДС третьих гармоник так же не опасна для блока.

Если нейтраль низшего напряжения блочного трансформатора соединить с нейтралью трансформатора собственных нужд через дополнительный реактор, то ЭДС третьих гармоник значительно уменьшается, что безусловно допустимо для блоков и не требует уменьшения сопротивления цепи для третьих гармоник намагничивающих токов.

Что касается токов третьих гармоник, то они, при наличии пути относительно небольшого сопротивления, в каждой фазе равны

$$i_{\mu_3} = \frac{1}{3}[a(\Psi_1 + \Psi_2 + \Psi_3) + b(\Psi_1^n + \Psi_2^n + \Psi_3^n) + \\ + c(\Psi_1^m + \Psi_2^m + \Psi_3^m)].$$

Амплитудное значение этих токов, когда поток в одной из фаз максимален и равен в относительных единицах $\Psi_1=1$, а в двух других одинаков и равен $\Psi_1=\Psi_3=0{,}5$, равно

$$I_{\mu_3} = \frac{1}{3}\left[b + c - 2b\left(\frac{1}{2}\right)^9 - 2c\left(\frac{1}{2}\right)^{11}\right] \approx 0{,}27,$$

или 27 % амплитуды фазного намагничивающего тока.

Вывод

Получены расчетные формулы, позволяющие определить ЭДС и токи третьих гармоник, и степень их влияния на протекание переходных процессов в различных трансформаторах. Результаты расчетов могут быть использованы при выборе уставок средств релейной защиты и автоматики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Льюис В. Линии передачи электрической энергии. – М.: Энергия, 1935. – 368 с.
2. Артемьев Д.Е., Тиходеев Н.Н., Шур С.С. Статистические основы выбора изоляции линий электропередачи. – М.-Л.: Энергия, 1965. – 376 с.
3. Гашимов А.М., Дмитриев Е.В., Пивчик И.Р. Численный анализ волновых процессов в электрических сетях. – Новосибирск: Наука, 2003. – 148 с.